

# Cassage de codes avec des polynômes

## Soutenance de projet

Mohamed Amine Najahi et Anissa Feukam

Université Pierre et Marie Curie

10 Juin 2010



- 1 Introduction
- 2 Rappels sur les chiffrements par bloc
- 3 La famille Katan/Ktantan
  - Algorithmes de cadencement de clef
  - Fonction de chiffrement
- 4 Cryptanalyse algébrique de Katan/Ktantan
- 5 Conclusion

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Rappels sur les chiffrements par bloc
- 3 La famille Katan/Ktantan
  - Algorithmes de cadencement de clef
  - Fonction de chiffrement
- 4 Cryptanalyse algébrique de Katan/Ktantan
- 5 Conclusion

## Objectifs du projet

### Objectifs

- 1 Implémenter les six chiffrements de la famille *Katan/Ktantan*.
- 2 Modéliser *Katan\_32* et *Ktantan\_32* sous forme de système algébrique.

### Pour aller plus loin

- Proposer des attaques sur *Katan* et/ou *Ktantan*.

## Rappels sur le chiffrement à clef secrète

### Chiffrement symétrique (ou à clef secrète)

- Primitive de chiffrement dont la description est publique (Principe de Kerckhoffs).
- La confidentialité repose sur une clef partagée a priori.
- La même clef sert à chiffrer et déchiffrer.

Deux grandes catégories de chiffrements symétriques :

- Les chiffrements par bloc (*DES, AES, TripleDES...*).
- Les chiffrements par flot (*RC4, E0, Trivium,...*).

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Rappels sur les chiffrements par bloc**
- 3 La famille Katan/Ktantan
  - Algorithmes de cadencement de clef
  - Fonction de chiffrement
- 4 Cryptanalyse algébrique de Katan/Ktantan
- 5 Conclusion

## Chiffrement par bloc

- Agit sur un bloc de donnée de taille fixe.
- Paramétré par une clef  $K$  de taille fixe.
- Produit un bloc de même taille que le bloc d'entrée.

Un cryptosystème par bloc est constitué de 2 algorithmes :

- Un algorithme de chiffrement  $E_K$ .
- Un algorithme de déchiffrement  $D_K$  tel que  $E_K \circ D_K = Id$ .

Cryptosystème	taille du bloc	taille de clef
<i>DES</i>	64 <i>bits</i>	56 <i>bits</i>
<i>AES</i>	128 <i>bits</i>	128 <i>bits</i>
<i>TripleDES</i>	64 <i>bits</i>	168 <i>bits</i>
⋮	⋮	⋮

Caractéristiques des chiffrements les plus connus.

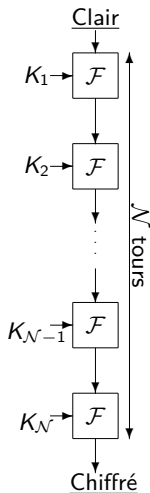
# Construction itérative

Méthode répandue de construction de chiffrement :

- 1 Association d'un nombre de tours  $\mathcal{N}$  à l'algorithme.
- 2 Description des transformations à effectuer pour un tour.
- 3 Description d'un algorithme de cadencement de clef.

Cryptosystème	Nombre de tours $\mathcal{N}$
<i>DES</i>	16
<i>AES</i>	10
<i>TripleDES</i>	48
<i>Katan/Ktantan</i>	254
⋮	⋮

Nombre de tours des chiffrements les plus connus





## Construction itérative

Méthode répandue de construction de chiffrement :

- 1 Association d'un nombre de tours  $\mathcal{N}$  à l'algorithme.
- 2 Description des transformations à effectuer pour un tour.
- 3 Description d'un algorithme de cadencement de clef.

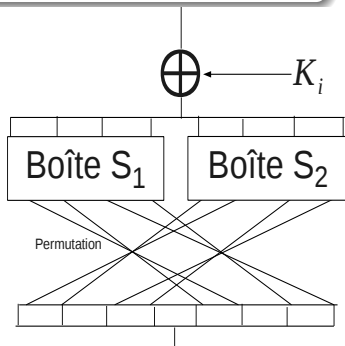
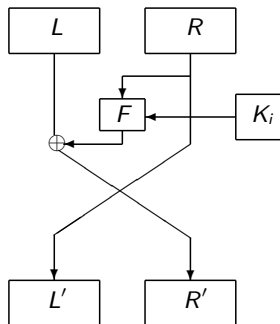
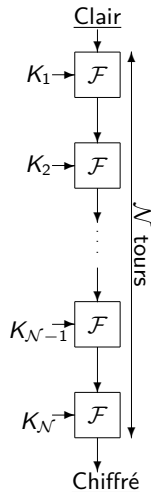


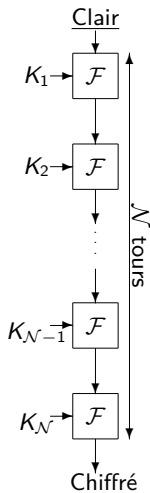
Schéma de Feistel (à gauche) et schéma SPN (à droite).



# Construction itérative

Méthode répandue de construction de chiffrement :

- 1 Association d'un nombre de tours  $\mathcal{N}$  à l'algorithme.
- 2 Description des transformations à effectuer pour un tour.
- 3 Description d'un algorithme de cadencement de clef.



# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Rappels sur les chiffrements par bloc
- 3 La famille Katan/Ktantan**
  - Algorithmes de cadencement de clef
  - Fonction de chiffrement
- 4 Cryptanalyse algébrique de Katan/Ktantan
- 5 Conclusion

*Katan/Ktantan*

Cryptosystème	Taille du bloc	Taille de clef	Type de schéma	Nombre de tours
<i>Katan_32/Ktantan_32</i>	32 <i>bits</i>	80 <i>bits</i>	<i>SPN</i>	254
<i>Katan_48/Ktantan_48</i>	48 <i>bits</i>			
<i>Katan_64/Ktantan_64</i>	64 <i>bits</i>			

Caractéristiques de *Katan/Ktantan*

Quelle différence alors entre *Katan\_n* et *Ktantan\_n* ?

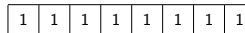
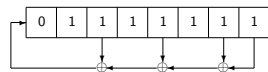
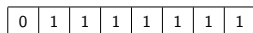
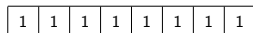
La seule différence réside dans l'algorithme de cadencement de clef.

- ▶ *Katan\_n* utilise un LFSR (registre à décalage à rétroaction linéaire).
- ▶ *Ktantan\_n* utilise deux multiplexeurs.

## Compteur de tours Katan/Ktantan

## Un LFSR compteur.

- Initialiser les 8 bits d'un LFSR à 1.
  - ▶ Son polynôme de rétroaction  $P = x^8 + x^7 + x^5 + x^3 + 1$  est primitif. Sa période vaut  $2^8 - 1 = 255$ .
- Effectuer un seul décalage.
- Commencer le chiffrement.
  - ▶ Décaler le LFSR à chaque tour de chiffrement.
- Arrêter le chiffrement quand le LFSR retrouve l'état initial.

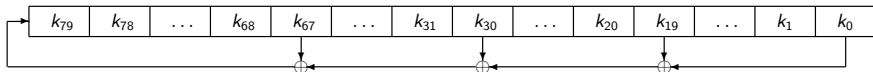


## Cadencement de clef Katan

Le polynôme de rétroaction est :

$$P = x^{80} + x^{61} + x^{50} + x^{13} + 1$$

$P$  est primitif  $\implies$  La période du LFSR est de  $2^{80} - 1$



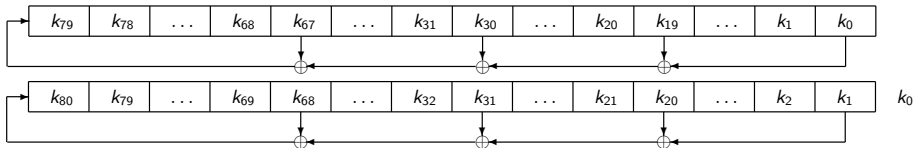
État initial.

## Cadencement de clef Katan

Le polynôme de rétroaction est :

$$P = x^{80} + x^{61} + x^{50} + x^{13} + 1$$

$P$  est primitif  $\implies$  La période du LFSR est de  $2^{80} - 1$



$$k_{80} = k_0 \oplus k_{19} \oplus k_{30} \oplus k_{67}$$

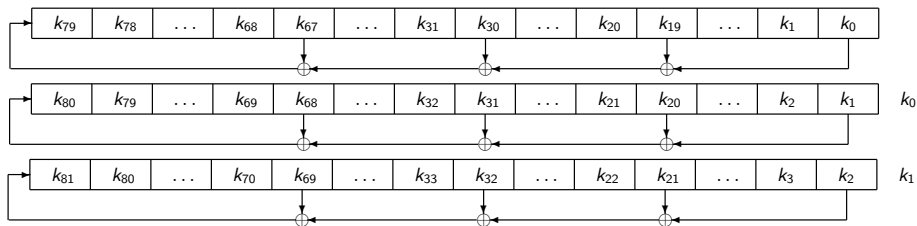
État du LFSR après un tic d'horloge.

# Cadencement de clef Katan

Le polynôme de rétroaction est :

$$P = x^{80} + x^{61} + x^{50} + x^{13} + 1$$

$P$  est primitif  $\implies$  La période du LFSR est de  $2^{80} - 1$



$$k_{81} = k_1 \oplus k_{20} \oplus k_{31} \oplus k_{68}$$

État du LFSR au bout d'un tour de *Katan*, après deux tics d'horloge.

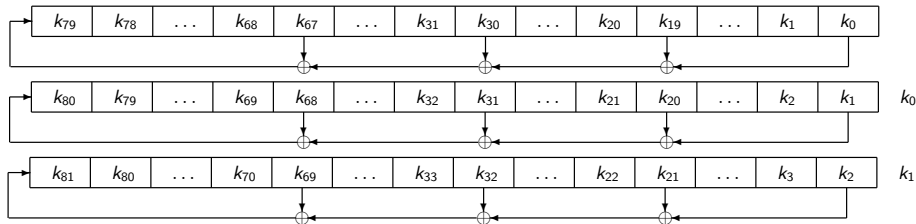


## Cadencement de clef Katan

Le polynôme de rétroaction est :

$$P = x^{80} + x^{61} + x^{50} + x^{13} + 1$$

$P$  est primitif  $\implies$  La période du LFSR est de  $2^{80} - 1$



État du LFSR au bout d'un tour de *Katan*, après deux tics d'horloge.

En notant  $K$  la clef maître, nous obtenons :

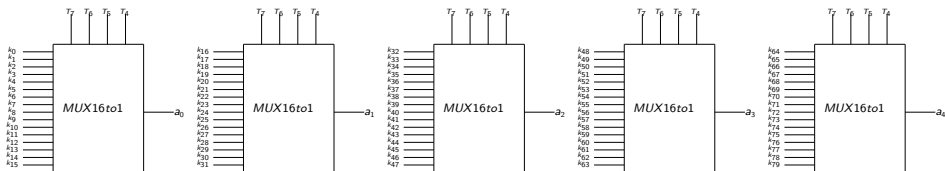
$$k_i = \begin{cases} K_i & \text{si } i = 0 \dots 79 \\ k_{i-80} \oplus k_{i-61} \oplus k_{i-50} \oplus k_{i-13} & \text{sinon} \end{cases}$$

# Cadencement de clef Ktantan

L'algorithme utilise deux multiplexeurs :  $Mux16to1$  et  $Mux4to1$ .

La séquence du LFSR qui sert de compteur est noté  $T_7 \dots T_0$  ( $T_7$  est le MSB,  $T_0$  le LSB)

- 1 Découper la clef principale en 5 mots de 16 bits :  $K = w_4 || w_3 || w_2 || w_1 || w_0$ .
- 2 Calculer les 5  $a_i$  où :  $a_i = Mux16to1(w_i, T_7 T_6 T_5 T_4)$ .



- 3
 
$$k_a = \overline{T_3} \cdot \overline{T_2} \cdot (a_0) \oplus (T_3 \vee T_2) \cdot MUX4to1(a_4 a_3 a_2 a_1, T_1 T_0),$$

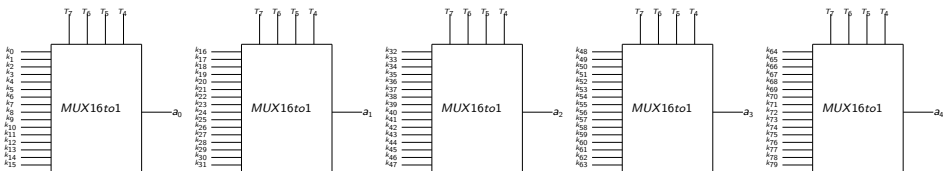
$$k_b = \overline{T_3} \cdot T_2 \cdot (a_4) \oplus (T_3 \vee \overline{T_2}) \cdot MUX4to1(a_3 a_2 a_1 a_0, \overline{T_1} \overline{T_0}).$$

# Cadencement de clef Ktantan

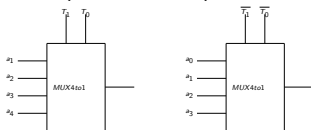
L'algorithme utilise deux multiplexeurs :  $Mux16to1$  et  $Mux4to1$ .

La séquence du LFSR qui sert de compteur est noté  $T_7 \dots T_0$  ( $T_7$  est le MSB,  $T_0$  le LSB)

- 1 Découper la clef principale en 5 mots de 16 bits :  $K = w_4 || w_3 || w_2 || w_1 || w_0$ .
- 2 Calculer les 5  $a_i$  où :  $a_i = Mux16to1(w_i, T_7 T_6 T_5 T_4)$ .



- 3
  - $k_a = \overline{T_3} \cdot \overline{T_2} \cdot (a_0) \oplus (T_3 \vee T_2) \cdot MUX4to1(a_4 a_3 a_2 a_1, T_1 T_0)$ ,
  - $k_b = \overline{T_3} \cdot T_2 \cdot (a_4) \oplus (T_3 \vee \overline{T_2}) \cdot MUX4to1(a_3 a_2 a_1 a_0, \overline{T_1} \overline{T_0})$ .



## Fonctions de chiffrement

Début de l'algorithme  $\implies$  le texte clair  $p_{31}p_{30} \cdots p_1p_0$  est chargé dans deux registre  $L_1$  et  $L_2$ .

- 1 Au début de chaque tour, deux fonctions sont calculées :

$$f_a : L_1 \longrightarrow \mathbb{F}_2 \quad \text{et} \quad f_b : L_2 \longrightarrow \mathbb{F}_2$$

$$f_a(L_1) = L_1[x_1] \oplus L_1[x_2] \oplus (L_1[x_3] \cdot L_1[x_4]) \oplus (L_1[x_5] \cdot IR) \oplus k_a$$

$$f_b(L_2) = L_2[y_1] \oplus L_2[y_2] \oplus (L_2[y_3] \cdot L_2[y_4]) \oplus (L_2[y_5] \cdot L_2[y_6]) \oplus k_b$$

- 2 Les deux registres sont décalés vers la gauche.
- 3  $f_a(L_1)$  est inséré dans  $L_2[0]$ .  $f_b(L_2)$  est inséré dans  $L_1[0]$

$p_{18}$	$p_{17}$	$p_{16}$	$p_{15}$	$p_{14}$	$p_{13}$	$p_{12}$	$p_{11}$	$p_{10}$	$p_9$	$p_8$	$p_7$	$p_6$	$p_5$	$p_4$	$p_3$	$p_2$	$p_1$	$p_0$	$L_2$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$p_{31}$	$p_{30}$	$p_{29}$	$p_{28}$	$p_{27}$	$p_{26}$	$p_{25}$	$p_{24}$	$p_{23}$	$p_{22}$	$p_{21}$	$p_{20}$	$p_{19}$	$L_1$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-------

## Fonctions de chiffrement

Début de l'algorithme  $\implies$  le texte clair  $p_{31}p_{30} \cdots p_1p_0$  est chargé dans deux registre  $L_1$  et  $L_2$ .

- 1 Au début de chaque tour, deux fonctions sont calculées :

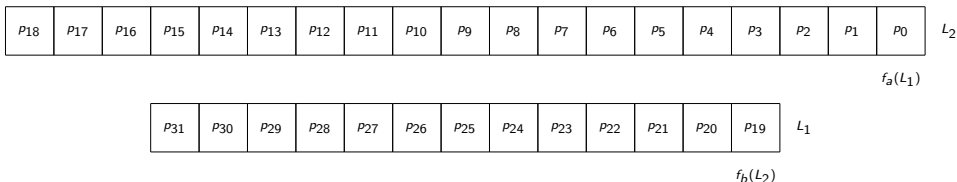
$$f_a : L_1 \longrightarrow \mathbb{F}_2 \quad \text{et} \quad f_b : L_2 \longrightarrow \mathbb{F}_2$$

$$f_a(L_1) = L_1[x_1] \oplus L_1[x_2] \oplus (L_1[x_3] \cdot L_1[x_4]) \oplus (L_1[x_5] \cdot IR) \oplus k_a$$

$$f_b(L_2) = L_2[y_1] \oplus L_2[y_2] \oplus (L_2[y_3] \cdot L_2[y_4]) \oplus (L_2[y_5] \cdot L_2[y_6]) \oplus k_b$$

- 2 Les deux registres sont décalés vers la gauche.

- 3  $f_a(L_1)$  est inséré dans  $L_2[0]$ .  $f_b(L_2)$  est inséré dans  $L_1[0]$



## Fonctions de chiffrement

Début de l'algorithme  $\implies$  le texte clair  $p_{31}p_{30} \cdots p_1p_0$  est chargé dans deux registre  $L_1$  et  $L_2$ .

- 1 Au début de chaque tour, deux fonctions sont calculées :

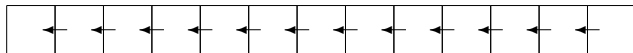
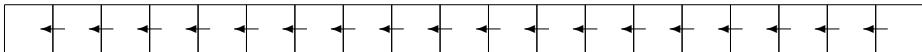
$$f_a : L_1 \longrightarrow \mathbb{F}_2 \quad \text{et} \quad f_b : L_2 \longrightarrow \mathbb{F}_2$$

$$f_a(L_1) = L_1[x_1] \oplus L_1[x_2] \oplus (L_1[x_3] \cdot L_1[x_4]) \oplus (L_1[x_5] \cdot IR) \oplus k_a$$

$$f_b(L_2) = L_2[y_1] \oplus L_2[y_2] \oplus (L_2[y_3] \cdot L_2[y_4]) \oplus (L_2[y_5] \cdot L_2[y_6]) \oplus k_b$$

- 2 Les deux registres sont décalés vers la gauche.

- 3  $f_a(L_1)$  est inséré dans  $L_2[0]$ .  $f_b(L_2)$  est inséré dans  $L_1[0]$



## Fonctions de chiffrement

Début de l'algorithme  $\implies$  le texte clair  $p_{31}p_{30} \cdots p_1p_0$  est chargé dans deux registre  $L_1$  et  $L_2$ .

- 1 Au début de chaque tour, deux fonctions sont calculées :

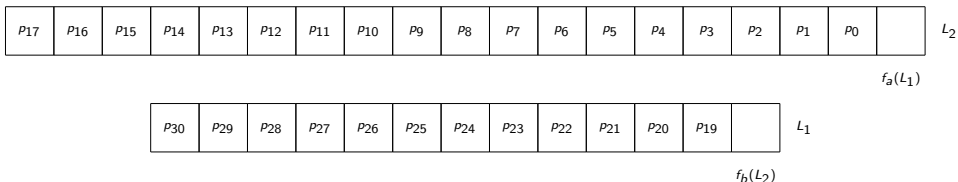
$$f_a : L_1 \longrightarrow \mathbb{F}_2 \quad \text{et} \quad f_b : L_2 \longrightarrow \mathbb{F}_2$$

$$f_a(L_1) = L_1[x_1] \oplus L_1[x_2] \oplus (L_1[x_3] \cdot L_1[x_4]) \oplus (L_1[x_5] \cdot IR) \oplus k_a$$

$$f_b(L_2) = L_2[y_1] \oplus L_2[y_2] \oplus (L_2[y_3] \cdot L_2[y_4]) \oplus (L_2[y_5] \cdot L_2[y_6]) \oplus k_b$$

- 2 Les deux registres sont décalés vers la gauche.

- 3  $f_a(L_1)$  est inséré dans  $L_2[0]$ .  $f_b(L_2)$  est inséré dans  $L_1[0]$



## Fonctions de chiffrement

Début de l'algorithme  $\implies$  le texte clair  $p_{31}p_{30} \cdots p_1p_0$  est chargé dans deux registre  $L_1$  et  $L_2$ .

- 1 Au début de chaque tour, deux fonctions sont calculées :

$$f_a : L_1 \longrightarrow \mathbb{F}_2 \quad \text{et} \quad f_b : L_2 \longrightarrow \mathbb{F}_2$$

$$f_a(L_1) = L_1[x_1] \oplus L_1[x_2] \oplus (L_1[x_3] \cdot L_1[x_4]) \oplus (L_1[x_5] \cdot IR) \oplus k_a$$

$$f_b(L_2) = L_2[y_1] \oplus L_2[y_2] \oplus (L_2[y_3] \cdot L_2[y_4]) \oplus (L_2[y_5] \cdot L_2[y_6]) \oplus k_b$$

- 2 Les deux registres sont décalés vers la gauche.

- 3  $f_a(L_1)$  est inséré dans  $L_2[0]$ .  $f_b(L_2)$  est inséré dans  $L_1[0]$

$p_{17}$	$p_{16}$	$p_{15}$	$p_{14}$	$p_{13}$	$p_{12}$	$p_{11}$	$p_{10}$	$p_9$	$p_8$	$p_7$	$p_6$	$p_5$	$p_4$	$p_3$	$p_2$	$p_1$	$p_0$	$f_a(L_1)$	$L_2$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	------------	-------

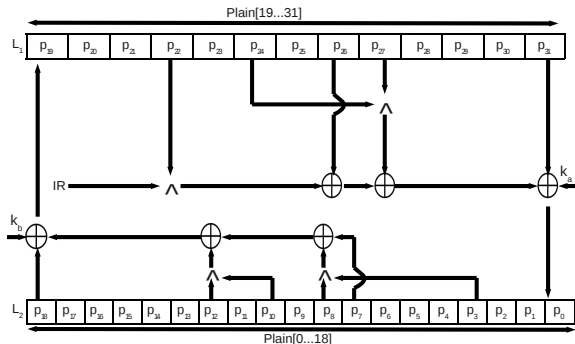
$p_{30}$	$p_{29}$	$p_{28}$	$p_{27}$	$p_{26}$	$p_{25}$	$p_{24}$	$p_{23}$	$p_{22}$	$p_{21}$	$p_{20}$	$p_{19}$	$f_b(L_2)$	$L_1$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	------------	-------



Chiffrement	$ L_1 $	$ L_2 $	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
Katan_32/Ktantan_32	13	19	12	7	8	5	3
Katan_48/Ktantan_48	19	29	18	12	15	7	6
Katan_64/Ktantan_64	25	39	24	15	20	11	9

Chiffrement	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$
Katan_32/Ktantan_32	18	7	12	10	8	3
Katan_48/Ktantan_48	28	19	21	13	15	6
Katan_64/Ktantan_64	38	25	33	21	14	9



# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Rappels sur les chiffrements par bloc
- 3 La famille Katan/Ktantan
  - Algorithmes de cadencement de clef
  - Fonction de chiffrement
- 4 Cryptanalyse algébrique de Katan/Ktantan**
- 5 Conclusion

# La cryptanalyse algébrique

## Principe

Modélisation du chiffrement par un système d'équations algébriques.  
Résoudre ce système  $\implies$  Recouvrer une information secrète.

# La cryptanalyse algébrique

## Principe

Modélisation du chiffrement par un système d'équations algébriques.  
Résoudre ce système  $\implies$  Recouvrer une information secrète.

## 2 étapes

- Modélisation :
  - ▶ Il est toujours possible d'écrire un chiffrement sous forme d'équations algébriques.
  - ▶ Il faut représenter la sortie en fonction de l'entrée et de la clef.

# La cryptanalyse algébrique

## Principe

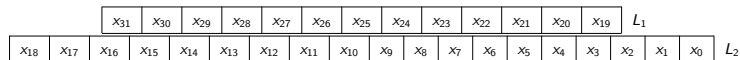
Modélisation du chiffrement par un système d'équations algébriques.  
Résoudre ce système  $\implies$  Recouvrer une information secrète.

## 2 étapes

- Modélisation :
  - ▶ Il est toujours possible d'écrire un chiffrement sous forme d'équations algébriques.
  - ▶ Il faut représenter la sortie en fonction de l'entrée et de la clef.
- Résolution :
  - ▶ étape indépendante du chiffrement.
  - ▶ plusieurs algorithmes de résolution de systèmes algébriques (F4, F5, les SAT-solvers...).

## Modélisation de Katan\_32

## L'état initial



## Après un tour



Modélisation de Katan<sub>32</sub>

## L'état initial

													$x_{31}$	$x_{30}$	$x_{29}$	$x_{28}$	$x_{27}$	$x_{26}$	$x_{25}$	$x_{24}$	$x_{23}$	$x_{22}$	$x_{21}$	$x_{20}$	$x_{19}$									$L_1$
$x_{18}$	$x_{17}$	$x_{16}$	$x_{15}$	$x_{14}$	$x_{13}$	$x_{12}$	$x_{11}$	$x_{10}$	$x_9$	$x_8$	$x_7$	$x_6$	$x_5$	$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$									$L_2$							

## Après un tour

													$x_{30}$	$x_{29}$	$x_{28}$	$x_{27}$	$x_{26}$	$x_{25}$	$x_{24}$	$x_{23}$	$x_{22}$	$x_{21}$	$x_{20}$	$x_{19}$	$x_7 \oplus x_{18} \oplus x_3 \cdot x_8 \oplus x_{10} \cdot x_{12} \oplus k_1$												$L_1$
$x_{17}$	$x_{16}$	$x_{15}$	$x_{14}$	$x_{13}$	$x_{12}$	$x_{11}$	$x_{10}$	$x_9$	$x_8$	$x_7$	$x_6$	$x_5$	$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$	$x_{31} \oplus x_{26} \oplus x_{27} \cdot x_{24} \oplus x_{22} \oplus k_0$												$L_2$							

## Idée : Introduire deux variables intermédiaires à chaque tour

- 1 Substituer les indices 0 des tableaux

													$x_{30}$	$x_{29}$	$x_{28}$	$x_{27}$	$x_{26}$	$x_{25}$	$x_{24}$	$x_{23}$	$x_{22}$	$x_{21}$	$x_{20}$	$x_{19}$	$y_1$									$L_1$
$x_{17}$	$x_{16}$	$x_{15}$	$x_{14}$	$x_{13}$	$x_{12}$	$x_{11}$	$x_{10}$	$x_9$	$x_8$	$x_7$	$x_6$	$x_5$	$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$x_0$	$y_0$									$L_2$							

- 2 Ajouter deux équations au système algébrique :

$$y_0 = x_{31} + x_{26} + x_{27} \cdot x_{24} + x_{22} + k_0 \iff x_{22} + x_{24} \cdot x_{27} + x_{26} + x_{31} + k_0 + y_0 = 0$$

$$y_1 = x_7 + x_{18} + x_3 \cdot x_8 + x_{10} \cdot x_{12} + k_1 \iff x_3 \cdot x_8 + x_7 + x_{10} \cdot x_{12} + x_{18} + k_1 + y_1 = 0$$

## 15 tours de Katan\_32

```

Magma
[
  x22 + x24*x27 + x26 + x31 + k0 + y0,
  x3*x8 + x7 + x10*x12 + x18 + k1 + y1,
  x21 + x23*x26 + x25 + x30 + k2 + y2,
  x2*x7 + x6 + x9*x11 + x17 + k3 + y3,
  x20 + x22*x25 + x24 + x29 + k4 + y4,
  x1*x6 + x5 + x8*x10 + x16 + k5 + y5,
  x19 + x21*x24 + x23 + x28 + k6 + y6,
  x0*x5 + x4 + x7*x9 + x15 + k7 + y7,
  x20*x23 + x22 + x27 + k8 + y0 + y8,
  x3 + x4*y1 + x6*x8 + x14 + k9 + y9,
  x19*x22 + x21 + x26 + k10 + y2 + y10,
  x2 + x3*y3 + x5*x7 + x13 + k11 + y11,
  x20 + x21*y0 + x25 + k12 + y4 + y12,
  x1 + x2*y5 + x4*x6 + x12 + k13 + y13,
  x19 + x20*y2 + x24 + k14 + y14,
  x0 + x1*y7 + x3*x5 + x11 + k15 + y15,
  x19*y4 + x23 + k16 + y0 + y16,
  x0*y9 + x2*x4 + x10 + k17 + y1 + y17,
  x22 + k18 + y0*y6 + y2 + y18,
  x1*x3 + x9 + k19 + y1*y11 + y3 + y19,
  x21 + k20 + y2*y8 + y4 + y12 + y20,
  x0*x2 + x8 + k21 + y3*y13 + y5 + y21,
  x20 + k22 + y4*y10 + y6 + y14 + y22,
  x1*y1 + x7 + k23 + y5*y15 + y7 + y23,
  x19 + k24 + y6*y12 + y8 + y24,
  x0*y3 + x6 + k25 + y7*y17 + y9 + y25,
  k26 + y0 + y8*y14 + y10 + y18 + y26,
  x5 + k27 + y1*y5 + y9*y19 + y11 + y27,
  k28 + y2 + y10*y16 + y12 + y28,
  x4 + k29 + y3*y7 + y11*y21 + y13 + y29
]

```

## État des registres après 15 tours.



## Quelques chiffres

Soit  $N$  le nombre de tours.

- Nombre de variables du système :
  - ▶ 32 variables pour le clair.
  - ▶  $2 \times N$  variables de clef.
  - ▶  $2 \times N$  variables intermédiaires.
- Nombre d'équations du système :
  - ▶ une équation de corps pour chaque variable.
  - ▶ deux équations de cadencement de clef à chaque tour (pour  $N > 40$ ).
  - ▶ 2 équations quadratiques à chaque tour.

## Katan\_32 avec 254 tours

- 1048 variables.
- 1984 équations.



## 15 tours de Katan\_32

```

Magma
[
  x22 + x24*x27 + x26 + x31 + k0 + y0,
  x3*x8 + x7 + x10*x12 + x18 + k1 + y1,
  x21 + x23*x26 + x25 + x30 + k2 + y2,
  x2*x7 + x6 + x9*x11 + x17 + k3 + y3,
  x20 + x22*x25 + x24 + x29 + k4 + y4,
  x1*x6 + x5 + x8*x10 + x16 + k5 + y5,
  x19 + x21*x24 + x23 + x28 + k6 + y6,
  x0*x5 + x4 + x7*x9 + x15 + k7 + y7,
  x20*x23 + x22 + x27 + k8 + y0 + y8,
  x3 + x4*y1 + x6*x8 + x14 + k9 + y9,
  x19*x22 + x21 + x26 + k10 + y2 + y10,
  x2 + x3*y3 + x5*x7 + x13 + k11 + y11,
  x20 + x21*y0 + x25 + k12 + y4 + y12,
  x1 + x2*y5 + x4*x6 + x12 + k13 + y13,
  x19 + x20*y2 + x24 + k14 + y14,
  x0 + x1*y7 + x3*x5 + x11 + k15 + y15,
  x19*y4 + x23 + k16 + y0 + y16,
  x0*y9 + x2*x4 + x10 + k17 + y1 + y17,
  x22 + k18 + y0*y6 + y2 + y18,
  x1*x3 + x9 + k19 + y1*y11 + y3 + y19,
  x21 + k20 + y2*y8 + y4 + y12 + y20,
  x0*x2 + x8 + k21 + y3*y13 + y5 + y21,
  x20 + k22 + y4*y10 + y6 + y14 + y22,
  x1*y1 + x7 + k23 + y5*y15 + y7 + y23,
  x19 + k24 + y6*y12 + y8 + y24,
  x0*y3 + x6 + k25 + y7*y17 + y9 + y25,
  k26 + y0 + y8*y14 + y10 + y18 + y26,
  x5 + k27 + y1*y5 + y9*y19 + y11 + y27,
  k28 + y2 + y10*y16 + y12 + y28,
  x4 + k29 + y3*y7 + y11*y21 + y13 + y29
]

```

## État des registres après 15 tours.



## Quelques chiffres

Soit  $N$  le nombre de tours.

- Nombre de variables du système :
  - ▶ 32 variables pour le clair.
  - ▶  $2 \times N$  variables de clef.
  - ▶  $2 \times N$  variables intermédiaires.
- Nombre d'équations du système :
  - ▶ une équation de corps pour chaque variable.
  - ▶ deux équations de cadencement de clef à chaque tour (pour  $N > 40$ ).
  - ▶ 2 équations quadratiques à chaque tour.

## Katan\_32 avec 254 tours

- 1048 variables.
- 1984 équations.

## Pour aller plus loin : attaques sur Katan<sub>32</sub>

### Scénario de l'attaque

- ① Choisir un texte clair  $P$  (une séquence de 32 bits).
- ② Fixer les variables correspondant au texte clair dans le système.
- ③ Choisir une clef  $K$  (une séquence de 80 bits).
- ④ Calculer  $C$  le chiffré de  $P$  par  $K$ .
- ⑤ Fixer les variables qui correspondent au résultat dans le système.
- ⑥ Lancer la résolution avec l'algorithme  $F4$ .

### Limites de l'approche

- Impossible de dépasser les 23 tours.

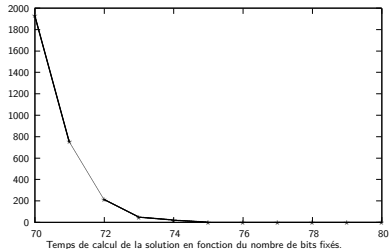
Nombre de tours	Temps de calcul de la solution (en secondes)
10	0.040
15	0.050
20	0.250
21	0.960
22	5.190
23	55.700

## Pour aller plus loin : attaques sur Katan<sub>32</sub> et Ktantan<sub>32</sub>

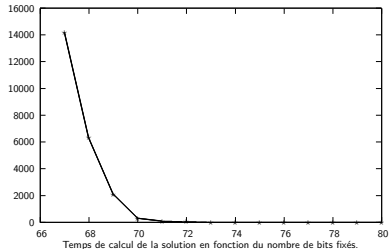
### Scénario d'attaque plus souple

- ① On fixera le nombre de tours à 100.
- ② On supposera connus certains bits de la clef.

#### Nouveaux résultats : Katan<sub>32</sub>



#### Nouveaux résultats : Ktantan<sub>32</sub>

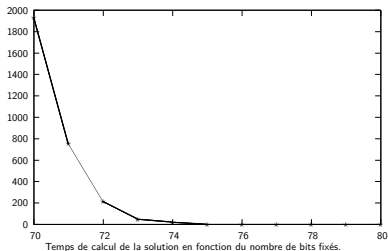


## Pour aller plus loin : attaques sur Katan\_32 et Ktantan\_32

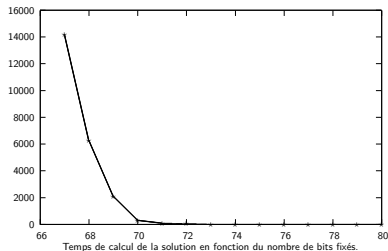
### Scénario d'attaque plus souple

- 1 On fixera le nombre de tours à 100.
- 2 On supposera connus certains bits de la clef.

#### Nouveaux résultats : *Katan\_32*



#### Nouveaux résultats : *Ktantan\_32*



#### Bilan de *Katan\_32* réduit à 100 tours

Une attaque théorique de complexité  $2^{70}$  est possible.

#### Bilan de *Ktantan\_32* réduit à 100 tours

Une attaque théorique de complexité  $2^{67}$  est possible.

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Rappels sur les chiffrements par bloc
- 3 La famille Katan/Ktantan
  - Algorithmes de cadencement de clef
  - Fonction de chiffrement
- 4 Cryptanalyse algébrique de Katan/Ktantan
- 5 Conclusion

## Conclusion

### Objectifs de départs atteints

- Nous avons présenté une nouvelle famille de chiffrement.
- Nous avons proposé une modélisation de *Katan/Ktantan*.

## Conclusion

### Objectifs de départs atteints

- Nous avons présenté une nouvelle famille de chiffrement.
- Nous avons proposé une modélisation de *Katan/Ktantan*.

### Objectifs de départs dépassés

- Nous avons exposé quelques scénarios d'attaques ainsi que leurs résultats.

## Conclusion

### Objectifs de départs atteints

- Nous avons présenté une nouvelle famille de chiffrement.
- Nous avons proposé une modélisation de *Katan/Ktatan*.

### Objectifs de départs dépassés

- Nous avons exposé quelques scénarios d'attaques ainsi que leurs résultats.

### Pour finir

Katan et Ktatan :

- Des chiffrements modernes.
- Sobres et orientés hardware.
- Assez résistants aux attaques algébriques.



## Conclusion

Merci à tous!!!